Звук в тоннеле

Тоннель является частью автомобильной дороги. Однако условия движения автомобилей в тоннеле отличаются от условий движения на открытой местности, что связано с определенными ограничениями геометрических характеристик трассы.

Одной из основных особенностей движения автотранспортных средств в тоннелях является повышенный шум по сравнению с шумом автомобиля на открытой местности.

Уровень шума в тоннеле, как правило, выше, чем на поверхности за счет многократного отражения генерируемых в тоннеле звуковых волн от стен и перекрытия конструкции. Шумозащитные меры в основном способствуют звукоизоляции тоннеля, но не устраняют повышенный уровень шума внутри него.

Рассмотрим распространение широкополосного акустического сигнала в волноводе (трубе, тоннеле) прямоугольного сечения с размерами $a \times b$ и абсолютно жёсткими стенками. Выберем систему координат так, чтобы две стенки волновода совпадали с координатными плоскостями $x = 0$ и $y = 0$. В трубах прямоугольного сечения могут распространяться различные нормальные волны, разрешённые дисперсионными уравнениями труб. В зависимости от способа возбуждения реализуются только некоторые из возможных нормальных волн.

Предположим, что в некотором сечении прямоугольной трубы имеется излучатель (мембрана, пластина, слой воздуха и т.п.), т.е. какой-либо источник, колеблющийся под действием внешней силы так, что нормальная колебательная скорость его поверхности определяется некоторой комплексной функцией от координат x, y и временем t:

$$U(x, y, t) = u_0(x, y)\exp[-j\varphi(x, y)]S(t). \qquad (1)$$

При соблюдении известных условий, налагаемых на временную зависимость волны $u(x, y, t)$, можно представить волну в виде суперпозиции гармонических волн различных частот путём разложения по Фурье функции u. Непериодическая функция разлагается в интеграл Фурье по частоте ω

$$U(x, y, t) = \int_{-\infty}^{\infty} u(x, y, \boldsymbol{\omega}) e^{-j\omega t} d\boldsymbol{\omega}\,, \qquad (2)$$

где $$u(x, y, \omega) = \frac{1}{2\boldsymbol{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} U(x, y, t) e^{j\omega t} dt\,. \qquad (3)$$

Функцию $u(x, y, \omega)$ называют спектральной плотностью амплитуды разложения.

Рассмотрим случай, когда в сечении трубы имеет место амплитудное распределение колебаний $F = v(x,y)$. Звуковое давление в трубе для гармонического процесса вида ~ $\exp(j\omega t)$ определяется формулами (см., например, /1,2 /):

$$p\,(x, y, \mathrm{z}, \omega) = \sum_{m,n} \frac{4\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{\rho}\boldsymbol{\varepsilon}_m \boldsymbol{\varepsilon}_n}{a\,b\,k_{mn}} I_{mn} \cos\frac{\boldsymbol{\pi}\,m\,x}{a} \cos\frac{\boldsymbol{\pi}\,n\,y}{b} e^{-j\,k_{mn}\,z}\,, \qquad (4)$$

где

$\varepsilon_m = ½$ при $m = 0$ и 1 при $\mathrm{m} \neq 0$; $\varepsilon_n = ½$ при $n = 0$ и 1 при $\mathrm{n} \neq 0$,

$$I_{mn} = \int_0^a \int_0^b v(x, y) \cos\frac{\boldsymbol{\pi}\,m\,x}{a} \cos\frac{\boldsymbol{\pi}\,n\,y}{b} dxdy\,, \qquad (5)$$

$$k_{mn} = \frac{1}{c}\sqrt{\omega^2 - \omega_{mn}^2}\,, \tag{6}$$

$$\omega_{mn} = \pi c\sqrt{\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}}\,, \tag{7}$$

c – скорость звука.

Если источник можно считать точечным с единичной амплитудой возбуждения и координатами x_0 и y_0, то функцию $F = v(x,y)$ запишем в виде дельта-функции:

$$F = v(x,y) = \delta(x - x_0)\,\delta(y - y_0). \tag{8}$$

Интеграл (5) (функция возбуждения нормальной волны) будет равен

$$I_{mn} = \cos\frac{\pi m x_0}{a}\cos\frac{\pi n y_0}{b}\,. \tag{9}$$

Выражение (4) для спектральной составляющей $p\,(x, y, z,\omega)$ примет вид

$$p\,(x, y, z,\omega) = \frac{4\,\rho\omega}{a\,b}\sum_{m,n}\frac{\varepsilon_m\,\varepsilon_n}{k_{mn}}\;\cos\frac{\pi m x_0}{a}\cos\frac{\pi m x}{a}\cos\frac{\pi n y_0}{b}\cos\frac{\pi n y}{b}e^{-j\,k_{mn}\,(z - z_0)}\,, \tag{10}$$

где z_0 – координата источника.

Если исходный спектр излучаемого сигнала в свободном однородном пространстве равен $S(\omega)$, то его изменение с расстоянием z будет выражаться формулой

$$P(x, y, z,\omega) = S(\omega)\cdot p\,(x, y, z,\omega). \tag{11}$$

В качестве примера приведём расчёт изменения спектра сигнала, исходная спектральная плотность которого является постоянной величиной $S(\omega)$ = const = 1 в диапазоне частот от $\omega_н$ до $\omega_в$. При этом предполагаем, что приёмный микрофон установлен в точке с координатами $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, а источник сигнала передвигается вдоль оси z по середине тоннеля x_0 = a/2 и y_0 = b/2. Для простоты полагаем, что скорость передвижения не слишком велика, и можно пренебречь доплеровским сдвигом частоты принимаемого сигнала.

В этом случае спектральная плотность (10) будет равна

$$p\,(x, y, z,\omega) = \frac{4\,\rho\omega}{a\,b}\sum_{m,n}\frac{\varepsilon_m\,\varepsilon_n}{k_{mn}}\;\cos\frac{\pi m}{2}\cos\frac{\pi n}{2}e^{j\,k_{mn}\,|\,z_0|}\,, \tag{12}$$

Из выражения (12) видно, что нечётные моды (m,n = 1, 3, 5, …) выпадают из рассмотрения, а вместо косинусов под знаком суммы будут множители $(-1)^{m/2}$ и $(-1)^{n/2}$, где m,n = 0, 2, 4, …

Запишем окончательное выражение для спектральной плотности $p\,(x, y, z,\omega)$, опустив множитель $\frac{4\,\rho c}{a\,b}$:

$$p\,(x, y, z,\omega) = \omega\sum_{m,n}\frac{\varepsilon_m\,\varepsilon_n}{\sqrt{\omega^2-\omega_{mn}^2}}\;(-1)^{\frac{m+n}{2}}\,e^{j\,k_{mn}\,|z_0|}\quad;\quad m,n = 0, 2, 4, \ldots \quad (13)$$

или

$$p\,(x, y, z, f) = \sum_{m,n}\frac{\varepsilon_m\,\varepsilon_n}{\sqrt{1-\left(\frac{f_{mn}}{f}\right)^2}}\;(-1)^{\frac{m+n}{2}}\,e^{j\,k_{mn}\,|z_0|}\quad;\quad m,n = 0, 2, 4, \ldots \quad (14)$$

где f – частота в Гц;

$$f_{mn} = \frac{c}{2}\sqrt{\frac{m^2}{a^2}+\frac{n^2}{b^2}}\;;\quad k_{mn} = \frac{2\pi f}{c}\sqrt{1-\left(\frac{f_{mn}}{f}\right)^2}$$

При частоте ω, меньшей критической, т.е. при $\omega < \omega_{mn}$ волновое число k_{mn} будет мнимым, и распространения нормальной моды номера mn вдоль оси z не будет, а будет только экспоненциально затухающий спад поля по этой оси.

Предположим, что размеры тоннеля равны 15 м по ширине и 6 м по высоте, скорость звука = 330м/с. Тогда

$f_{00} = 0$; $k_{00} = 2\pi f/c$;

$$f_{20} = 11 \text{ Гц};\quad k_{20} = \frac{2\pi f}{c}\sqrt{1-\left(\frac{11}{f}\right)^2}\;;$$

$$f_{02} = 27{,}5 \text{ Гц};\quad k_{02} = \frac{2\pi f}{c}\sqrt{1-\left(\frac{27{,}5}{f}\right)^2}\;;$$

$$f_{22} = 59{,}2 \text{ Гц};\quad k_{02} = \frac{2\pi f}{c}\sqrt{1-\left(\frac{59{,}2}{f}\right)^2}\;;$$

и т.д.

Подставив эти значения в формулу (14), получим изменение спектральной плотности исходного сигнала с расстоянием для данного тоннеля.

Ниже приведены рассчитанные спектры на разных расстояниях от источника. Учтено поглощение звука в воздухе и расхождение нормальной волны с расстоянием.

Литература

1. М.А.Исакович. Общая акустика. – «Наука», М., 1973.
2. Л.Ф.Лепендин. Акустика. – «Высшая школа», М., 1978.

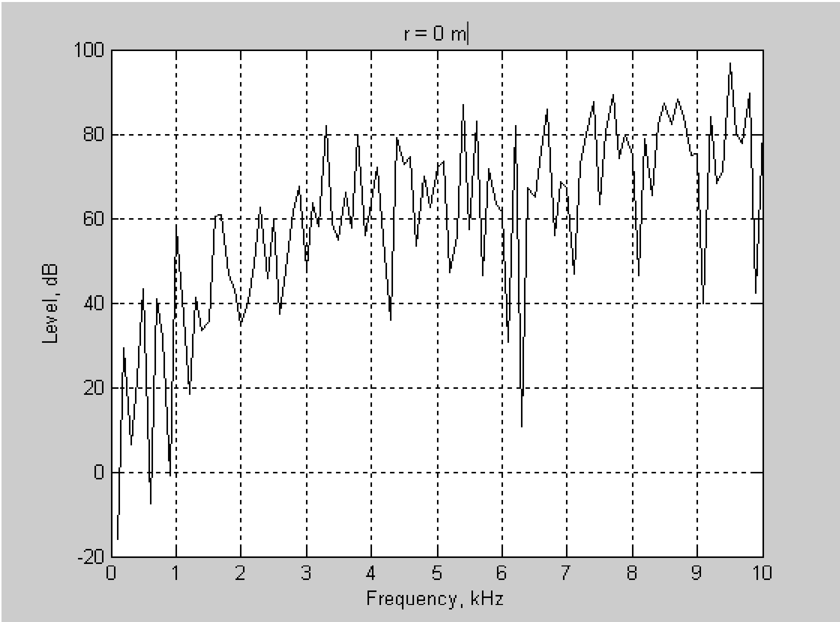

Рис. 1. Расстояние 0 м (напротив источника)

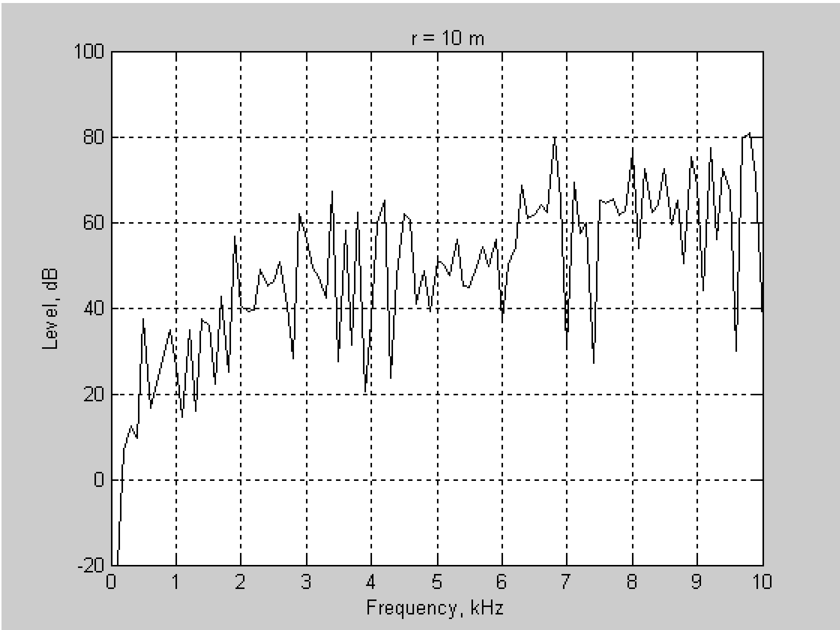

Рис. 2. Расстояние 10 м

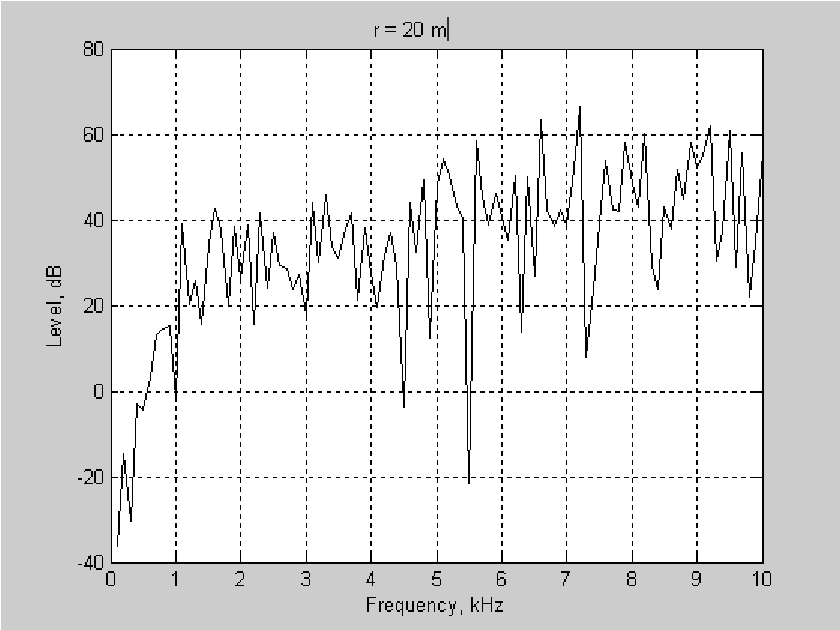

Рис.3. Расстояние 20 м

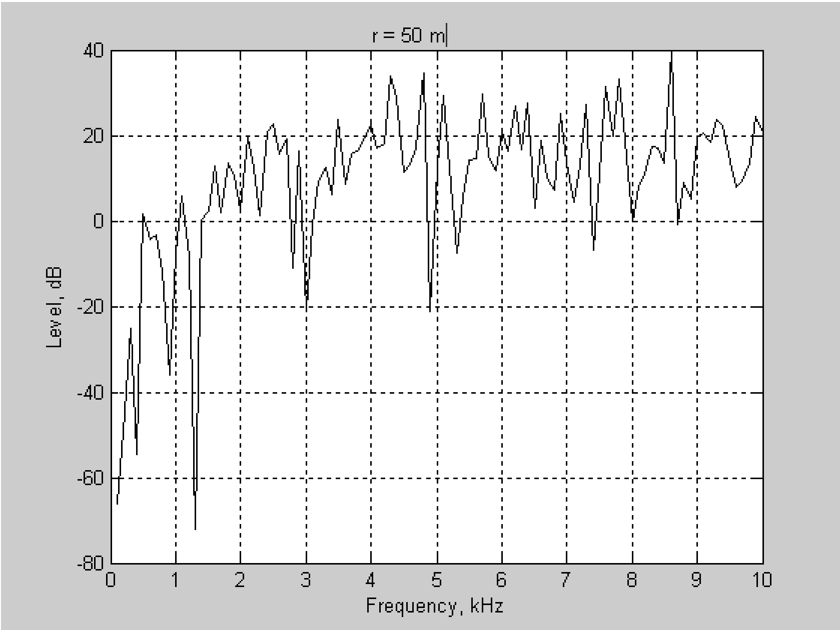

Рис. 4. Расстояние 50 м

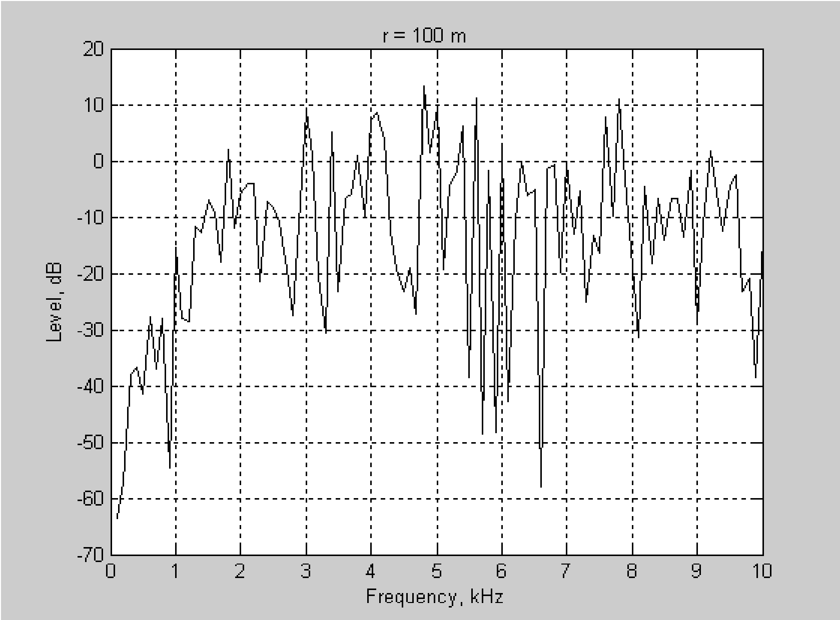

Рис.5. Расстояние 100 м

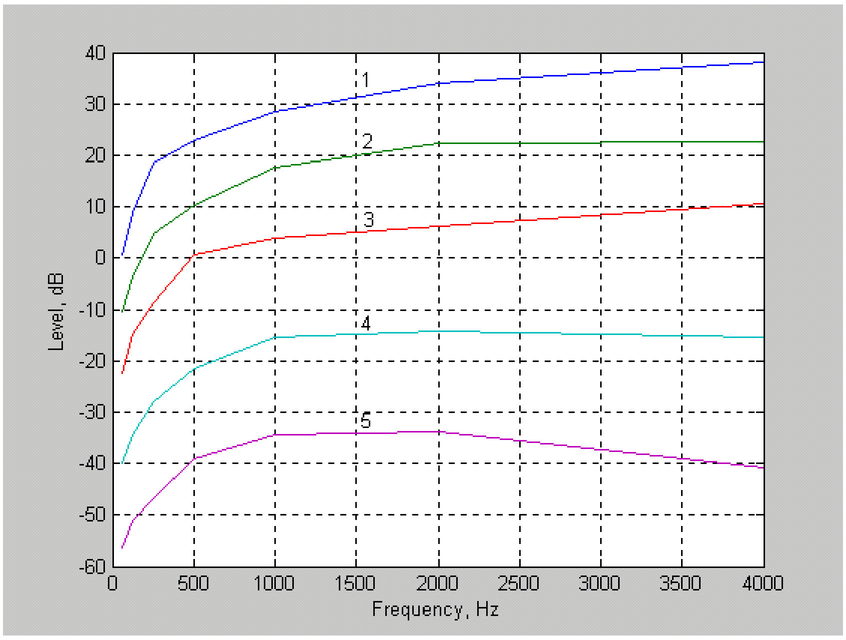

Рис. 6. Спектры в октавной полосе

1 – r = 0 м
2 – r = 10 м
3 – r = 20 м
4 – r = 50 м
5 – r = 100 м

Сферическое расхождение нормальной волны

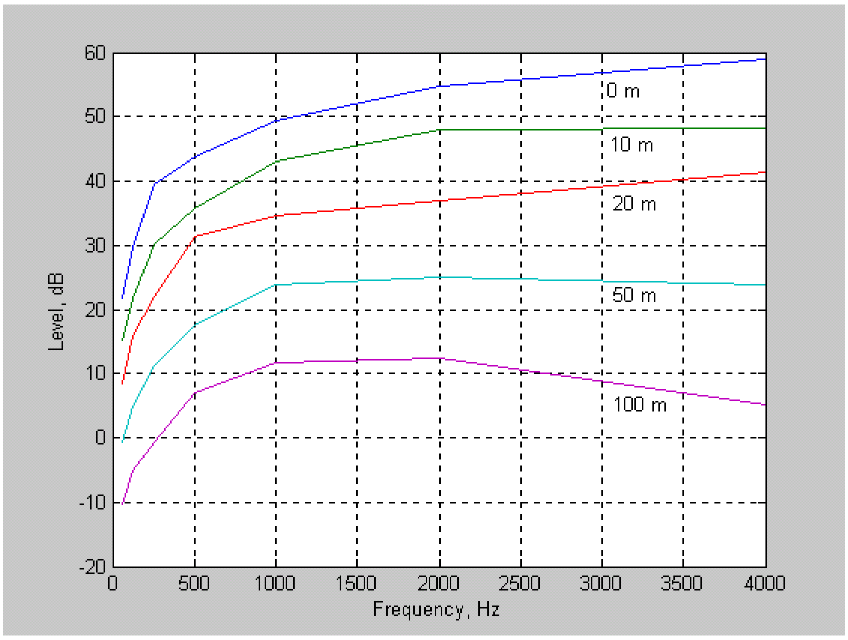

Рис. 7. Спектры в октавной полосе
Цилиндрическое расхождение нормальной волны

В следующих расчётах расхождение нормальной волны принято цилиндрическим ($\sqrt{1/z}$), что соответствует распространению звука в волноводе с абсолютно отражающими границами.

Исходный спектр имеет постоянную плотность в полосе частот от 10 до 1000 Гц.

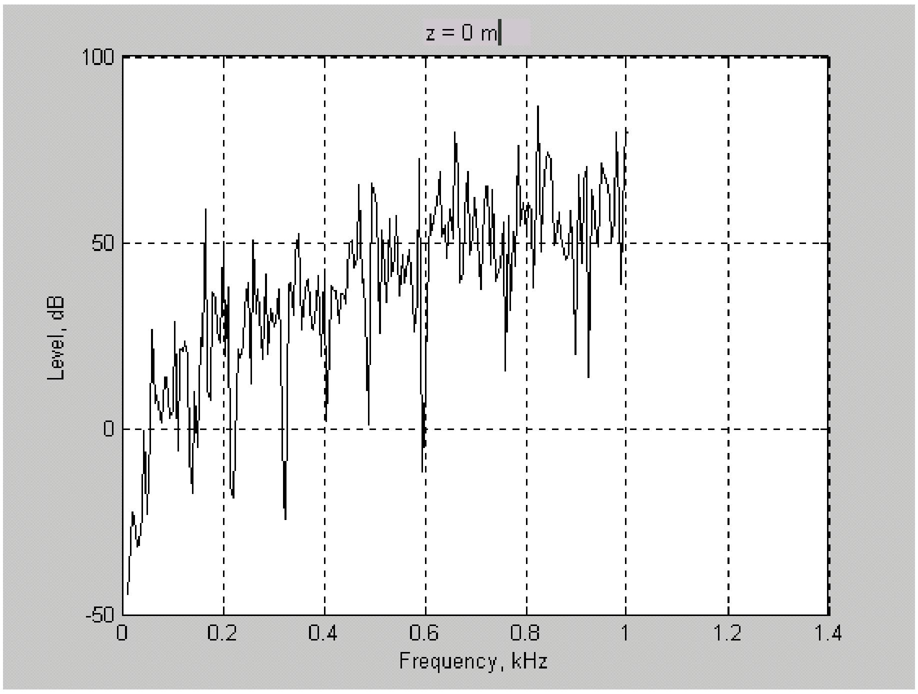

Рис.8. Спектр при z = 0 м

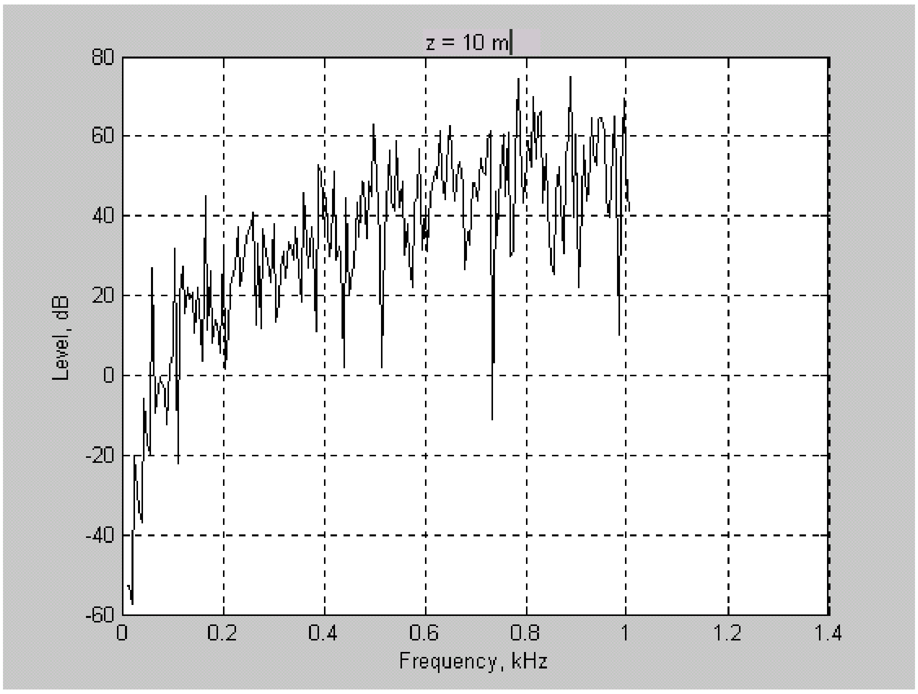

Рис.9. Спектр при z = 10 м

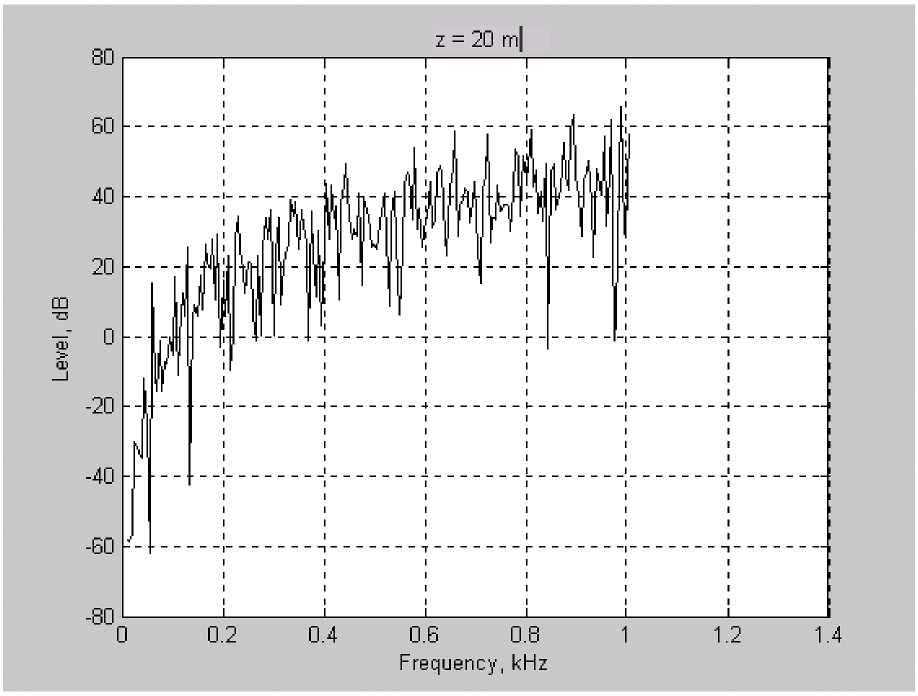

Рис.10. Спектр при z = 20 м

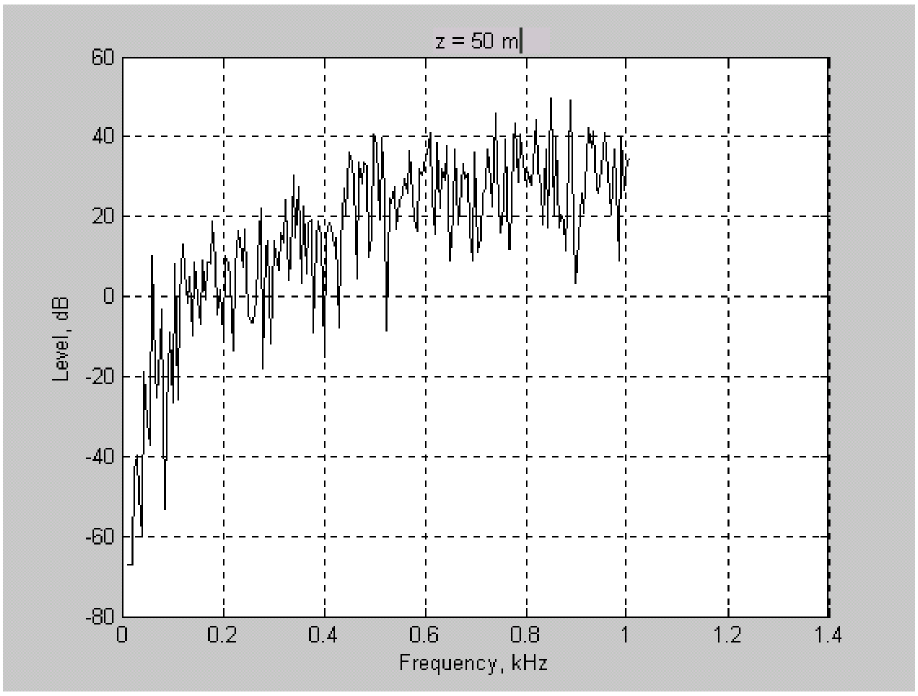

Рис.11. Спектр при z = 50 м

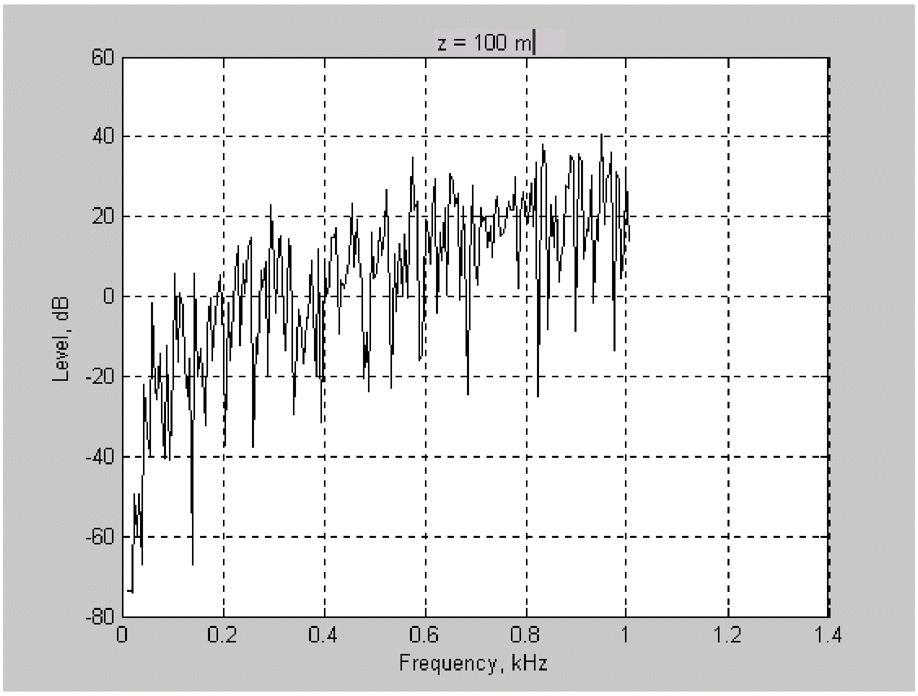

Рис.12. Спектр при z = 100 м

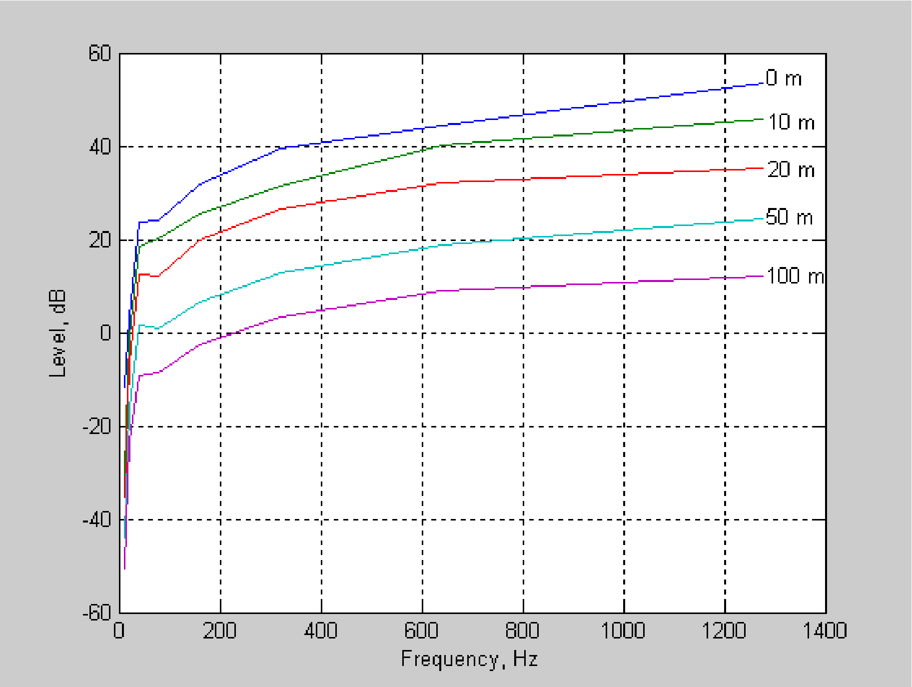

Рис.13. Спектры в октавной полосе. Масштаб линейный
Цифры на графиках – расстояние z в метрах

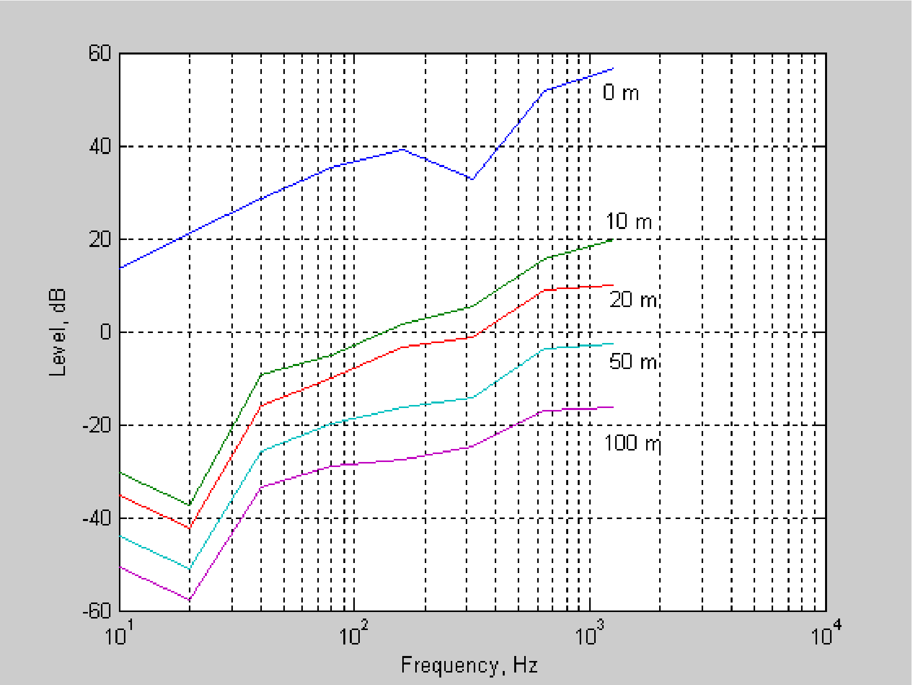

Рис.14. Спектры в октавной полосе. Масштаб линейный
Координаты источника: x0 = 7,5 м (в середине тоннеля)
y0 = 2,0 м (высота)
Координаты приёмника: x = 0,5 м (от стенки тоннеля)
y = 1,0 м (высота)