

Сравнительный анализ акустических способов пеленгации,
использующих методы “разности времен прихода”,
и конечно-разностный (интенсиметрический) метод

О.В.Кудрявцев

Практическими навыками использования принципов акустической пеленгации, т.е. определения координат источника излучения звукового сигнала, человек овладел, по сути, еще в глубокой древности, когда развивались его естественные физиологические способности, называемые бинауральным эффектом. Используя этот эффект, человек (как и почти все живые существа), даже не поворачивая головы, мог определить направление на источник звука.

Уже в конце XIX века было известно, что человек при помощи своих органов слуха может определить направление прихода звукового сигнала с точностью от 3 до 10 град. Это подтверждается простейшей геометрической схемой пеленгации двумя чувствительными элементами (микрофонами), разнесенными на расстояние (базу) d . Угол пеленга α равен

$$\alpha = \pm \arcsin(\tau \cdot c/d), \quad (1)$$

где τ - разность времен прихода сигнала к чувствительным элементам; c - скорость звука.

Ошибка пеленга $\Delta\alpha$ определяется, прежде всего, разрешающей способностью «различителя времен». Для большинства людей характерной является разрешающая способность $\Delta\tau \approx 3 - 10^{-5}$ с. При базе естественных невооруженных ушей, равной 13 - 14 см и скорости звука $c \approx 340$ м/с, из формулы (1) получим $\Delta\alpha \approx \pm (4 - 5)$ град.

Ошибка пеленга зависит еще от погрешности определения скорости звука Δc и базы Δd . Общая ошибка равна

$$\Delta\alpha = \frac{1}{\cos\alpha} \left(\frac{c}{d} \Delta\tau + \frac{\tau}{d} \Delta c + \frac{\tau c}{d^2} \Delta d \right). \quad (2)$$

Из этого выражения видно, что ошибка растет с уменьшением базы и увеличением угла пеленга, неограниченно возрастая с приближением α к 90° .

Простое математическое выражение (1) явилось очевидным практическим указателем направления технического оснащения физиологических способностей человека дополнительными возможностями. Уже в первой мировой волне появилось немало приспособлений и приборов для звукоулавливания и улучшения характеристик пеленгации аэропланов. Кроме этого, прогресс техники пеленгации

стимулировался реальными возможностями обнаружения и определения акустическими методами местоположения артиллерийских батарей, передвижений общевойсковых, кавалерийских и механизированных соединений, надводных и подводных транспортных средств и т.д.

Всё вышесказанное относится к пассивной звуковой локации, при которой направление на объект и местоположение объекта определяется по создаваемому им звуковому полю. Для импульсных звуковых полей, источниками которых являются взрывы, выстрелы, хлопки при пересечении самолетом звукового барьера и т.п., пеленгация обычно осуществляется наиболее простым методом, использующим формулу (1), в основе которой лежит определение разности времен прихода (времени задержки) импульса к приемным элементам антенны. Данный метод, называемый угломерным, или триангуляционным, основан на измерении в каждом приемном пункте угловых направлений на источник излучения. Обычно в одном приемном пункте находится антенна из двух разнесенных приемников. Очевидно, что для определения положения источника достаточно иметь два пункта, отстоящих друг от друга на известное расстояние. Если на каждом приемном пункте измеряются углы пеленга α_1 и α_2 на источник, то его положение определяется как точка пересечения линий, задаваемых этими угловыми направлениями. Дальность до источника от первого пункта, например, r_1 , вычисляется по формуле

$$r_1 = d \sin \alpha_2 / \sin(\alpha_2 - \alpha_1) .$$

Для непрерывных сигналов, излучаемых наземным или воздушным транспортом, времена задержки в каждом из пунктов определяются корреляционным методом, при котором измеряется сдвиг по времени (относительно нуля) максимума взаимокорреляционной функции сигналов, пришедших к разнесенным приемникам. При таком методе пеленгации сигнал может быть и импульсным. Наилучшие результаты получаются для широкополосных сигналов, у которых корреляционная функция имеет довольно острый максимум. Кроме этого необходимым условием является независимость (некоррелированность) полезного сигнала и окружающей акустической помехи в заданной полосе частот. О возможностях и методах корреляционной пеленгации мы будем говорить ниже.

В данном разделе рассмотрим возможность применения интенсиметра для целей акустической пеленгации, поскольку интенсивность является вектором, направленным на источник излучения. Предполагается, что в основу интенсиметра заложен конечно - разностный метод определения интенсивности, вследствие чего приемная антенна

интенсиметра состоит из двух ортогональных пар микрофонов, разнесенных на расстояние, значительно меньшее длины звуковой волны. О принципе, основах, конструкциях приборов, особенностях и ошибках конечно - разностных измерений комплексного вектора интенсивности имеется достаточно много литературных источников.

Воспользуемся основными формулами конечно - разностной интенсиметрии. Напомним, что интенсивность как плотность потока мощности равна среднему значению произведения звукового давления p на вектор колебательной скорости \mathbf{v} , т.е.

$$\mathbf{I}_c = \overline{p \cdot \mathbf{v}^*} = \mathbf{I} + i \mathbf{J}. \quad (3)$$

Значок (*) означает комплексное сопряжение. \mathbf{I} - активная интенсивность, \mathbf{J} - реактивная.

Компоненты комплексного вектора интенсивности в каком-либо направлении \mathbf{r} выражаются формулами

$$I_r = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(p \cdot v_r^*) \quad (3')$$

$$J_r = \frac{1}{2} \operatorname{Im}(p \cdot v_r^*) \quad (3'')$$

Колебательная скорость определяется из уравнения Эйлера через градиент давления:

$$\rho dv/dt = -\operatorname{grad} p \quad (4)$$

или:

$$\mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \int \nabla p dt, \quad (4')$$

где ρ - плотность воздуха.

Для простоты рассмотрим гармонический сигнал частоты ω , поскольку интенсивность широкополосного сигнала находится суммированием интенсивностей каждой спектральной составляющей спектра сигнала.

Тогда значения звукового давления и X - составляющей колебательной скорости при конечно - разностной аппроксимации будут выражаться формулами

$$p(\omega) = \frac{p_1(\omega) + p_2(\omega)}{2}, \quad (5)$$

$$v_x(\omega) = \frac{p_1(\omega) - p_2(\omega)}{i \omega d}, \quad (5')$$

где p_1 и p_2 - звуковые давления в точках 1 и 2, разнесенных вдоль оси X на расстояние d .

Для Y - составляющей скорости v_y формулы аналогичны, только вместо индексов 1 и 2

надо подставить индексы 3 и 4 для ортогональной пары приемников, разнесенных вдоль оси Y на такое же расстояние d.

Пусть на расстоянии r от оси антенны интенсивметра расположен практически точечный источник сигнала. Тогда в однородной атмосфере давления в точках 1 и 2 будут

$$p_1 = P_o(\omega) \frac{e^{ikr_1}}{r_1}, \quad p_2 = P_o(\omega) \frac{e^{ikr_2}}{r_2}, \quad (6)$$

где $P_o(\omega) = p_o(\omega) e^{i\varphi_o(\omega)}$ - комплексное значение спектральной составляющей исходного (излучаемого) сигнала на частоте ω .

Расстояния от источника до приемников 1 и 2 определяются формулами

$$r_{1,2} = \sqrt{r^2 + \frac{d^2}{4} \mp r d \cos \alpha}, \quad (7)$$

где α - направление на источник, т.е. угол пеленга, отсчитываемый от оси X. При $d \ll r$

$$r_{1,2} \approx r \left(1 \mp \frac{d}{2r} \cos \alpha\right). \quad (7')$$

Для точек 3 и 4 расстояния выражаются аналогичными формулами, только вместо $\cos \alpha$ надо подставить $\sin \alpha$, а вместо индексов 1 и 2 - индексы 3 и 4.

X- составляющая комплексной интенсивности определится выражением

$$I_x = -\frac{(p_1 + p_2)(p_1^* - p_2^*)}{2i\omega\rho d} = \frac{i p_o^2(\omega)}{2\omega\rho d} \left[\frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r_2^2} + 2i \frac{\sin k(r_2 - r_1)}{r_2 r_1} \right]. \quad (8)$$

Аналогично, для Y – составляющей

$$I_y = -\frac{(p_3 + p_4)(p_3^* - p_4^*)}{2i\omega\rho d} = \frac{i p_o^2(\omega)}{2\omega\rho d} \left[\frac{1}{r_3^2} - \frac{1}{r_4^2} + 2i \frac{\sin k(r_4 - r_3)}{r_4 r_3} \right]. \quad (8')$$

Действительная и мнимая части интенсивности (8) запишутся в виде

$$I_x(\omega) = \frac{p_o^2(\omega)}{\omega\rho r_1 r_2 d} \sin k(r_2 - r_1), \quad J_x(\omega) = \frac{p_o^2(\omega)}{2\omega\rho r_1^2 r_2^2 d} (r_2^2 - r_1^2). \quad (9)$$

При $d \ll r$, что обычно выполняется на практике, эти формулы имеют асимптотику:

$$I_x(\omega) \approx \frac{p_o^2(\omega)}{\omega\rho r^2 d} \sin(kd \cos \alpha), \quad J_x(\omega) \approx \frac{p_o^2(\omega)}{\omega\rho r^3} \cos \alpha. \quad (10)$$

Аналогично, для Y - составляющей:

$$I_y(\omega) \approx \frac{p_0^2(\omega)}{\omega \rho r^2 d} \sin(kd \sin \alpha), \quad J_y(\omega) \approx \frac{p_0^2(\omega)}{\omega \rho r^3} \sin \alpha. \quad (10')$$

Разделив Y- составляющие на X- составляющие (учитывая, что $kd \ll 1$), сразу получим тангенс угла пеленга, откуда

$$\alpha = \arctg(I_y/I_x). \quad (11)$$

Или

$$\alpha = \arctg(J_y/J_x) \quad (11')$$

Формула (11) фигурирует в большинстве литературных источников по интенсивности.

Менее известна другая формула:

$$r = \frac{I_x}{J_x} \cdot \frac{d \cos \alpha}{\sin(kd \cos \alpha)}, \quad (12)$$

полученная в результате деления активной части интенсивности на реактивную.

Аналогично, для Y - составляющей:

$$r = \frac{I_y}{J_y} \cdot \frac{d \sin \alpha}{\sin(kd \sin \alpha)}, \quad (12')$$

При достаточно малом по сравнению с длиной звуковой волны разнесении d приемников ($kd \ll 1$) формула (12) принимает более простой вид

$$r = \frac{I_x}{J_x} \cdot \frac{c}{\omega}. \quad (13)$$

Таким образом, измеряя на практике отношение активной интенсивности к реактивной можно определить расстояние до источника сигнала.

Аналогичная формула получится и для Y - составляющей интенсивности. Этот факт может быть использован для уточнения расстояния путем выбора той составляющей интенсивности, которая в данный момент времени имеет наибольшую величину.

Значение интенсивности в диапазоне частот от ω_1 до ω_2 получим, интегрируя (10) и (10') по частоте в пределах $[\omega_1, \omega_2]$. Для X - составляющей:

$$I_x(\omega) \approx \frac{1}{\rho r^2 d} \int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{p_0^2(\omega)}{\omega} \sin(kd \cos \alpha) d\omega, \quad (14)$$

$$J_x(\omega) \approx \frac{\cos\alpha}{\rho r^3} \int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{p_o^2(\omega)}{\omega} d\omega. \quad (14')$$

Для Y - составляющей выражения аналогичны, только вместо $\cos\alpha$ будет входить $\sin\alpha$.

Из этих формул также видно, что отношение активной интенсивности к реактивной пропорционально расстоянию до источника r . Коэффициент пропорциональности зависит от вида амплитудного спектра $p_o(\omega)$ исходного сигнала.

Не ограничивая общности, положим в пределах узкой полосы частот сигнала $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 \ll \omega_1, \omega_2$ амплитудный спектр мало меняется с частотой, т.е. можно считать, что $p_o(\omega) \approx p_o = \text{const}$. Интегрирование при этом условии дает

$$I_x \approx \frac{p_o^2}{\rho r^2 d} [\text{si}(k_2 d \cos\alpha) - \text{si}(k_1 d \cos\alpha)], \quad (15)$$

$$J_x \approx \frac{p_o^2 \cos\alpha}{\rho r^3} \ln\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right), \quad (15')$$

где $\text{si}(\dots)$ - интегральный синус.

Асимптотика при $kd \ll 1$ и $\Delta\omega \ll \omega_{\text{ср}}$, где $\omega_{\text{ср}}$ - средняя частота в диапазоне от ω_1 до ω_2 дает:

$$I_x \approx \frac{p_o^2 \Delta\omega}{\rho c r^2} \cos\alpha, \quad (16)$$

$$J_x \approx \frac{p_o^2 \Delta\omega \cos\alpha}{\rho \omega_{\text{ср}} r^3}. \quad (16')$$

Такие же формулы получатся и для Y - составляющей интенсивности, заменив в них $\cos\alpha$ на $\sin\alpha$.

Поделив (16') на (16), получим формулу (13), в которой $\omega = \omega_{\text{ср}}$. В качестве $\omega_{\text{ср}}$ можно взять частоту, на которой спектр сигнала имеет максимальное значение.

Таким образом, на основании вышеизложенного можно отметить, по крайней мере, два значительных преимущества интенсиметрического метода акустической пеленгации по сравнению с определением пеленга по разности времен прихода ("простой пеленг").

Во-первых, интенсиметрический метод позволяет пеленговать не только импульсные, но и непрерывные сигналы.

Во-вторых, с помощью интенсиметрического метода принципиально возможно

определение не только угла пеленга, но и расстояния до излучаемого объекта только в одном приемном пункте. Определить расстояние простым пеленгом можно лишь, используя, по меньшей мере, два приемных пункта, разнесенных на достаточно большое расстояние.

Оценим основные ошибки интенсиметрического метода пеленгации.

Абсолютная ошибка угла пеленга (см. формулу (11)) определяется выражением

$$\Delta\alpha = \frac{I_x + I_y}{I_x^2 + I_y^2} \Delta I, \quad (17)$$

где ΔI - абсолютная погрешность в определении интенсивности, $I^2 = I_x^2 + I_y^2$

При этом предполагается, что ошибки в определении активных составляющих интенсивности ΔI_x и ΔI_y одинаковы и равны абсолютной погрешности в определении модуля интенсивности ΔI .

Полная абсолютная ошибка в определении расстояния по формуле (13), например, будет:

$$\Delta r = (c/\omega)\Delta\eta + (\eta/\omega)\Delta c + (\eta c/\omega^2)\Delta\omega, \quad (18)$$

где $\eta = \frac{I_x}{J_x}$. Предположим, что основную погрешность в определении расстояния будет

вносить ошибка $\Delta\eta$ в определении отношения активной интенсивности к реактивной:

$$\Delta\eta = \frac{I_x}{J_x} \left(\frac{\Delta I_x}{I_x} + \frac{\Delta J_x}{J_x} \right) = \mathbf{r} \frac{\omega}{c} \left(\frac{\Delta I_x}{I_x} + \frac{\Delta J_x}{J_x} \right). \quad (19)$$

Поэтому

$$\Delta r \approx \mathbf{r} \left(\frac{\Delta I_x}{I_x} + \frac{\Delta J_x}{J_x} \right) \quad (20)$$

Отсюда относительная ошибка в определении расстояния $\delta r = \Delta r/r$ будет равна сумме относительных ошибок в определении активной и реактивной интенсивности

$$\delta r \approx \delta I_x + \delta J_x. \quad (21)$$

Вопросам определения ошибок измерения интенсивности посвящено множество работ, поэтому здесь мы не будем их рассматривать, сославшись лишь на работы /1,2/ и цитированную в них литературу.

Список литературы.

1. Pascal J.-C., Caries C. Systematic measurement errors with two microphone sound intensity meters.- J. Sound and Vibr.,1982, v.83 (1), 53-65.
2. О.В.Кудрявцев. Анализ погрешностей интенсиметрической аппаратуры.