## Анализ погрешностей интенсиметрической аппаратуры

О.В.Кудрявцев

# 1. Основы метода определения векторных и энергетических характеристик акустических полей.

Из всех известных к настоящему времени методов измерения векторных и энергетических характеристик акустических полей используется преимущественно так называемый конечно-разностный метод, известный ранее как двухмикрофонный /1,2/. Этот метод в силу простоты практической реализации и удобства при обработке, основанной на современных методах компьютерной обработки сигналов, принят "на вооружение" во многих исследованиях векторных акустических полей как в нашей стране, так и за рубежом.

Вкратце суть метода заключается в следующем. Компонента комплексного вектора акустической интенсивности

$$\mathbf{I}_{c} = \mathbf{I} + \mathbf{i} \, \mathbf{J} \tag{1.1}$$

в каком-либо направлении r выражается формулами

$$I_{r} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(p \cdot v_{r}^{*}), \qquad (1.2)$$
$$J_{r} = \frac{1}{2} \operatorname{Im}(p \cdot v_{r}^{*}),$$

где  $I_r$  и  $J_r$  - соответственно активная и реактивная части интенсивности; р и  $v^*$ , - соответственно линеаризованное звуковое давление и комплексно-сопряжённая компонента колебательной скорости в направлении **r**.

Представление (1.2) в терминах комплексных амплитуд оправдано, главным образом, в чисто гармонических полях. В общем случае активную и реактивную составляющие интенсивности предпочтительнее представлять в терминах корреляционной функции или спектра /3/:

$$I_{r} = \overline{p(t)v_{r}(t)} = R_{pv}(0) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_{1}}^{\omega_{2}} S_{pv}(\omega) d\omega = \frac{1}{\pi} \int_{\omega_{1}}^{\omega_{2}} C_{pv}(\omega) d\omega \qquad (1.3)$$

$$\mathbf{J}_{\mathrm{r}} = \overline{\hat{p}(t)} v_{\mathrm{r}}(t) = -\hat{\mathbf{R}}_{\mathrm{p}\nu}(0) = \frac{i}{2\pi} \int_{\omega_{1}}^{\omega_{2}} \mathbf{S}_{\mathrm{p}\nu}(\omega) \mathrm{sgn}(\omega) \mathrm{d}\omega = -\frac{1}{\pi} \int_{\omega_{1}}^{\omega_{2}} \mathbf{Q}_{\mathrm{p}\nu}(\omega) \mathrm{d}\omega \qquad (1.4)$$

где  $I_r \equiv I_r (\omega_0, \Delta \omega), J_r \equiv J_r (\omega_0, \Delta \omega); R_{pv}(0) \equiv R_{pv}(0, \omega_0, \Delta \omega)$  - взаимнокорреляционная функция между акустическим давлением р и колебательной скоростью  $v_r$ ;  $C_{pv}(\omega)$  вещественная (чётная) часть взаимного спектра  $S_{pv}$  между давлением и скоростью,  $Q_{pv}(\omega)$  мнимая (нечётная) часть взаимного спектра; sgn( $\omega$ ) - знаковая функция; символ ( ^ ) обозначает преобразование Гильберта; черта сверху обозначает усреднение по ансамблю реализации (или за время протекания процесса);  $\omega_1$  и  $\omega_2$  - соответственно нижняя и верхняя частоты в спектре сигнала, которые могут принимать значения -  $\infty$  и +  $\infty$ . Обозначение ( $\omega_0$ ,  $\Delta\omega$ ) показывает, что рассматриваемые величины определяются в диапазоне частот  $\Delta\omega$  на некоторой средней частоте  $\omega_0$ . Колебательная скорость *v* определяется из уравнения Эйлера:

$$pd\mathbf{v}/dt = -\operatorname{grad} \rho, \tag{1.5}$$

где р - плотность среды.

Определение компоненты градиента давления в направлении **r** конечно-разностным методом осуществляется с помощью измерения давлений в двух точках, разнесённых на малое расстояние d в этом направлении. Выражение для компоненты колебательной скорости (конечно-разностная аппроксимация) будет выглядеть следующим образом:

$$v_r = -1/(\rho d) \int (p_1 - p_2) dt,$$
 (1.6)

где p<sub>1</sub> и p<sub>2</sub> - измеренные акустические давления в точках 1 и 2 соответственно, Давление между микрофонами в точке симметрии антенны находится как сумма:

$$\mathbf{p} = (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)/2.$$
 (1.7)

Подставив выражения (1.6) и (1.7) в формулы (1.3) и (1.4), получим искомые значения для компонент интенсивности. Используя спектральные представления /4/, можно получить значения компонент интенсивности через авто- и взаимные спектры, усреднённые по ансамблю реализации (или на длине реализации одиночного импульса) в следующем виде:

$$I_r = -Im(G_{12})/(\omega\rho d),$$

$$J_{\rm r} = -\left(G_{11} - G_{22}\right) / (2\omega\rho d) \tag{1.8}$$

где Im(G<sub>12</sub>) - мнимая (реактивная) часть одностороннего (для положительных частот) взаимного спектра сигналов, снимаемых с двух микрофонов давления; G<sub>11</sub>и G<sub>22</sub> - односторонние спектры мощности (автоспектры) сигналов с микрофонов 1 и 2 соответственно. Для широкополосных сигналов компоненты интенсивности получатся интегрированием выражений (1.8) в полосе от  $\omega_1$  до  $\omega_2$ .

Плотности кинетической Т и потенциальной V энергии акустического поля определяются формулами /1/:

$$T_{r} = [G_{11} + G_{22} - 2Re(G_{12})]/(4\rho\omega^{2}d^{2}),$$

$$V = [G_{11} + G_{22} + 2Re(G_{12})]/(16\rhoc^{2}),$$
(1.9)

где Re(G<sub>12</sub>)- вещественная часть взаимного спектра сигналов. Индекс "r" в выражении для плотности кинетической энергии T<sub>r</sub> означает, что она представляет собой распространяющуюся в направлении **r** со скоростью звука часть полной энергии сигнала.

Для практического определения всех трёх компонент активной и реактивной интенсивности и кинетической энергии используется приёмная антенна, состоящая из трёх ортогонально расположенных пар микрофонов давления (интенсиметр Брюль и Кьер 3520) или из двух горизонтальных пар микрофонов давления и одного микрофона вертикального градиента давления (Сигма-3 отечественного производства). На Рис. 1 схематически показана антенна интенсиметра Брюль и Кьер 4166, состоящая из 7 ненаправленных микрофонов; средний из них, измеряющий звуковое давление, является контрольным. На Рис.2 показана 6-микрофоная антенна интенсиметра Брюль и Кьер 40447.



Иногда используется антенна (Рис. 3), состоящая из четырёх ненаправленных микрофонов, расположенных в углах тетраэдра (Тетрафон Оносоки МІ-6420)



3

Рис. 3

#### 2. Краткая классификация ошибок измерения

Все погрешности измерения могут быть разделены на три типа: грубые ошибки, систематические ошибки и случайные ошибки /5,6/.

**Грубые ошибки.** Прежде всего, при математической обработке результатов не следует учитывать заведомо неверные результаты *(промахи)*, или, как говорят, результаты, содержащие грубые ошибки. *Грубые ошибки* возникают вследствие нарушения основных условий измерения или в результате недосмотра экспериментатора. При обнаружении грубой ошибки результат измерения следует сразу отбросить, а само измерение повторить (если это возможно). Внешним признаком результата, содержащего грубую ошибку, является его резкое отличие по величине ог результатов остальных измерений. На этом основаны некоторые критерии исключения грубых ошибок по их величине. Однако самым надёжным и эффективным способом браковки неверных результатов остается браковка их непосредственно в процессе самих измерений.

Всюду в настоящей работе считается, что представленные для математической обработки результаты измерений не содержат грубых ошибок, поэтому последние не рассматриваются.

Систематические ошибки. Ошибки измерения вызываются большим количеством разнообразных причин (факторов). Иногда в проведённой серии измерений удается выделить такие причины ошибок, эффект действия которых может быть рассчитан. Например, если после измерений обнаружена неправильная регулировка прибора, которая привела к смещению начала отсчёта, то все снятые показания будут смещены либо на постоянную величину, если характеристики прибора линейны, либо на величину, изменяющуюся по определённому закону, если характеристики прибора нелинейны. Другим примером может служить изменение внешних условий, например, температуры, если известно влияние этих изменений на результаты измерений. К названным причинам можно также отнести некоторое несовершенство измерительных приборов на границе области их применимости, вызывающее известные ошибки.

Принято говорить, что каждая из таких причин вызывает *систематическую (или смещённую) ошибку*. Выявление систематических ошибок, вызываемых каждым отдельным фактором, требует специальных исследований (например, измерений одной и той же величины разными методами или измерений одним и тем же прибором некоторых эталонов, известных величин). Но как только систематические ошибки обнаружены и их величины рассчитаны, они могут быть легко устранены путем введения соответствующих поправок в результаты измерения.. Подчеркнём, что при этом общая ошибка каждого результата остается неизвестной, так что речь идет не о выделении из общей ошибки некоторой части в виде систематической ошибки, а лишь о введении поправок на

известный эффект действия тех факторов, которые удалось выявить.

Случайные ошибки. Ошибки измерения, остающиеся после устранения всех выявленных систематических ошибок, т. е. ошибки результатов измерений, исправленных путем введения соответствующих поправок, называются случайными. *Случайные ошибки* вызываются большим количеством таких факторов, эффекты действия которых столь незначительны, что их подчас нельзя выделить и учесть в отдельности. Случайную ошибку можно рассматривать как суммарный эффект действия таких факторов.

Случайные ошибки являются неустранимыми, их нельзя исключить в каждом из результатов измерений. Но с помощью методов теории вероятностей можно учесть их влияние на оценку истинного значения измеряемой величины, что позволяет определить значение измеряемой величины со значительно меньшей ошибкой, чем ошибки отдельных измерений. Учёт влияния случайных ошибок основан на знании законов их распределения.

Случайные ошибки характеризуются слабой повторяемостью и воспроизводимостью. В принципе, случайные ошибки можно уменьшить простым увеличением количества измерений и усреднением их результатов, хотя измерение не всегда можно повторить.

Систематические ошибки более тонкие; никакое количество усреднений не снизит такие погрешности. Иногда систематические ошибки могут вести себя как случайные, например, при дрейфе характеристик прибора, изменяясь от измерения к измерению. Эти ошибки самые неприятные, поскольку дрейф может происходить лишь в одну сторону, да ещё по неизвестному закону.

#### 3. Оценка ошибок измерений.

Проблеме погрешностей рассматриваемого здесь конечно-разностного метода практического определения интенсивности посвящено множество работ. Даже краткий их обзор и анализ занял бы много места и времени. Поэтому мы не будем останавливаться на общеизвестных выводах исследования ошибок, ограничиваясь в некоторых случаях лишь ссылками на литературный источник. Так, полностью опустим вопросы погрешностей, обусловленных ошибками метода, а именно ошибками в определении интенсивности методом конечных разностей при использовании формул (1.6) вместо (1.5). Ошибки метода приводят к ограничению верхнего частотного диапазона. Не будем также рассматривать погрешности, обусловленные эффектом ближнего поля, при котором по мере приближения двухмикрофонного зонда к источнику ошибка измерений будет возрастать. Вообще говоря, погрешности этого вида следует отнести к ошибкам метода, также обусловленным конечной разностью, когда расстояние между микрофонами становится сравнимым с расстоянием до источника. Как мы увидим ниже, амплитудно-фазовая рассогласованность каналов приводит как раз к обратному эффекту: ошибка возрастает при удалении от

источника.

Третий вид ошибок, приводящий к ограничению нижнего частотного диапазона, обусловлен неидентичностью фазочастотных характеристик (ФЧХ) измерительных трактов. В соответствии с Международным Стандартом МЭК (ISO) 1043 ложная интенсивность, вызванная различием фазовых характеристик измерительных каналов, которая фиксируется при подаче идентичных электрических сигналов на два канала процессора или при воздействии одинакового давления на два микрофона интенсиметрического зонда, условно названа *остаточной интенсивностью*. По нашему мнению, этот параметр следовало бы назвать *остаточной активной интенсивностью*, поскольку, как будет показано ниже, градиент фазы определяет именно активную часть интенсивности. По аналогии с этим можно ввести термин *остаточная реактивная интенсивность*, т.е. ложная реактивная интенсивность, регистрируемая при воздействии одинакового давления на два микрофона интенсиметрического зонда и обусловленная амплитудным рассогласованием измерительных каналов, поскольку реактивная интенсивность, как мы увидим ниже, определяется градиентом амплитуды.

Для уменьшения ошибок этого вида к измерительной аппаратуре предъявляются весьма жёсткие требования по обеспечению довольно высокой степени идентичности каналов, хотя при расчётах интенсивности достаточно учесть АФЧХ каждого канала вне зависимости от величины разброса чувствительности микрофонов. Необходимо лишь выполнение требования стабильности АФЧХ во времени или проведение автокалибровки в процессе проведения экспериментов с регистрацией калибровочных характеристик по каждому каналу с целью их учёта при последующей обработке.

По нашему мнению, основными ошибками при определении интенсивности конечно-разностным методом являются как раз те инструментальные ошибки, которые обусловлены неучитываемым разбросом амплитудных и фазочастотных сквозных характеристик измерительных трактов, начиная с микрофонов, предварительных усилителей и т.д., или дрейфом АФЧХ за время проведения эксперимента.

Рассмотрим этот вопрос подробнее. В некоторых работах проанализировано влияние инструментальных погрешностей на ошибки измерения интенсивности /1,2,9-11/, однако в них рассматривались, главным образом, ошибки определения активной компоненты интенсивности. В этих работах были определены требования, предъявляемые к аппаратуре, исходя из малости ошибки измерения интенсивности. Согласно этим требованиям разность фаз между парой каналов не должна превышать 0,5°, а чувствительности не должны отличаться более чем на 0,5 дБ. Отмечалось, что при этих условиях в любых акустических полях ошибка в определении модуля интенсивности не превысит 1 дБ, а направление вектора будет определяться с точностью до1°.

Однако, как мы увидим далее, эти требования к аппаратуре могут оказаться недостаточными при определении активной и, в особенности, реактивной компоненты интенсивности, которая, как известно, может играть значительную роль на близких к источнику расстояниях, а также в замкнутых объёмах и областях, где присутствуют стоячие волны.

Известно, что для гармонических процессов вида

$$p(\mathbf{r},\mathbf{t}) = P(\mathbf{r})\exp[-i\omega \mathbf{t} + i\Phi(\mathbf{r})]$$
(3.1)

или для спектральной составляющей широкополосного процесса активная и реактивная компоненты интенсивности выражаются формулами/8,11/:

$$\mathbf{I}(\mathbf{r}) = \mathbf{P}^2(\mathbf{r})\nabla\Phi(\mathbf{r})/(2\omega\rho),\tag{3.2}$$

$$\mathbf{Q}(\mathbf{r}) = \mathbf{P}(\mathbf{r}) \,\nabla \mathbf{P}(\mathbf{r}) / (2\omega\rho). \tag{3.3}$$

Здесь Р - амплитуда, Ф - фаза сигнала, ω - круговая частота, ρ - плотность среды, ∇ - символ градиента.

При определении интенсивности конечно-разностным (например, двухмикрофонным) методом градиенты фазы и амплитуды соответственно равны:

$$\nabla \Phi(\mathbf{r}) = [\Phi(\mathbf{r}_1) - \Phi(\mathbf{r}_2)] / |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|, \tag{3.4}$$

$$\nabla P(\mathbf{r}) = [P(\mathbf{r}_1) - P(\mathbf{r}_2)]/|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|. \tag{3.5}$$

Из этих формул можно увидеть, что в акустических полях, где градиенты амплитуды и/или фазы малы, т.е. там, где фазы  $\Phi(r_1)$  и  $\Phi(r_2)$ , как и давления  $P(r_1)$  и  $P(r_2)$ , отличаются друг от друга на небольшую величину, любая, даже незначительная, погрешность, вносимая аппаратурой при определении фазы и давления, может привести к существенной потере точности измерения интенсивности (известный факт из теории ошибок, когда относительная ошибка вычисления разности двух величин бесконечно возрастает при стремлении одной величины к другой). Здесь и далее речь пойдёт о таких рассогласованиях (погрешностях) измерительных трактов, которые обусловлены дрейфом  $A\Phi$ ЧХ и не могут быть учтены при обработке

Ярким примером слабо градиентных полей является поле всестороннего сжатия (разряжения) в замкнутом герметичном объёме, где амплитуда и фаза давления постоянны практически во всём объёме и поэтому отсутствуют потоки мощности (активная и реактивная интенсивности равны нулю). Здесь любое, даже бесконечно малое, амплитудное или фазовое рассогласование каналов приводит к ненулевому значению интенсивности (остаточная интенсивность), измеренной конечно-разностным методом, т.е. к бесконечно большой относительной ошибке.

В случаях, когда истинное значение интенсивности или какой-либо её составляющей близко к нулю, по нашему мнению, не имеет смысла пользоваться таким понятием, как относительная ошибка. В действительности нулевой уровень интенсивности никогда не может быть зарегистрирован даже самыми совершенными приборами 1-го класса. Абсолютно любой измерительный прибор, будь то микрофон давления или датчик колебательной скорости, имеет определённый уровень собственных электрических шумов, который может быть пересчитан в эквивалентный уровень акустических шумов на входе измерительного тракта. Интенсивность не может быть определена ниже этого уровня, который может быть назван *минимальной остааточной интенсивностью*, определяемой техническими характеристиками прибора. Это соображение относится, главным образом, к интенсиметрам, основанным на непосредственном измерении колебательной скорости или градиента давления.

При использовании интенсиметрической аппаратуры, основанной на конечноразностном методе определения колебательной скорости или градиента давления, проблема гораздо сложнее.

В поле плоской волны (в формуле (3.1)  $P(r) = P_o = const$ ,  $\Phi(r) = \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}$ ) градиент фазы в направлении **r** равен k·cosa, где  $\alpha$  - угол поворота двухмикрофонной базы относительно направления распространения плоской волны; активная интенсивность отлична от нуля. Относительная ошибка определения активной интенсивности будет равна

$$\left|\frac{\mathbf{I} - \widetilde{\mathbf{I}}}{\mathbf{I}}\right| = \left|\frac{\chi}{\mathrm{kdc\,osa}}\right|.\tag{3.6}$$

где  $\tilde{\mathbf{I}}$  - измеренное (ошибочное) значение активной интенсивности, d - расстояние между микрофонами,  $\chi$  - фазовое рассогласование измерительных трактов.

В то же время в плоской волне отсутствует градиент амплитуды, отчего истинное значение реактивной интенсивности равно нулю. Поэтому даже малый разброс чувствительности по амплитуде может привести к бесконечно большой относительной ошибке определения вектора реактивной интенсивности.

В поле сферической волны P(г) == Po/r. Фаза, как и в плоской волне, равна **k**-r. Поэтому относительная ошибка измерения активной интенсивности в этом случае будет такой же, как и для плоской волны. Вычислим ошибку измерения реактивной составляющей интенсивности. Примем чувствительность по амплитуде одного из каналов за 1, другого - за  $1 \pm \eta$ , где  $\eta < < 1$  - малое амплитудное рассогласование. Тогда, подставив формулу (3.5) в (3.3), запишем выражения для "истинного" Q и измеренного  $\tilde{Q}$  значений

реактивной интенсивности:

$$\mathbf{Q} = \frac{\mathbf{P}(\mathbf{r})}{2\rho\omega d} \left( \frac{1}{\mathbf{r}_1} - \frac{1}{\mathbf{r}_2} \right) \approx \frac{\mathbf{P}(\mathbf{r})}{2\omega\rho r^2} , \qquad (3.7)$$

$$\widetilde{\mathbf{Q}} = \frac{\mathbf{P}(\mathbf{r})}{2\rho\omega d} \left( \frac{1}{\mathbf{r}_1} - \frac{1}{\mathbf{r}_2} \mp \frac{\eta}{\mathbf{r}_2} \right) \approx \frac{\mathbf{P}(\mathbf{r})}{2\omega\rho \mathbf{r}^2} \left( 1 \mp \frac{\mathbf{r}}{d} \eta \right).$$
(3.8)

Отсюда относительная ошибка будет:

$$\left|\frac{\mathbf{Q} - \widetilde{\mathbf{Q}}}{\mathbf{Q}}\right| = \frac{\mathbf{r}}{\mathbf{d}} \eta.$$
(3.9)

Из этой формулы видно, что ошибка определения реактивной интенсивности растёт с увеличением дистанции до источника сферической волны и с уменьшением расстояния между микрофонами. Так, если требуется обеспечить точность измерения модуля реактивной интенсивности порядка 1 дБ, то необходимо, чтобы выполнялось условие

$$\eta \le 0.26 \, (d / r)$$
 (3.10)

Например, для d = 0.2 м и r = 100 м амплитудное рассогласование должно быть меньше  $5,2 \cdot 10^{-4}$ , т.е. относительный дрейф чувствительности каналов не должен превышать 0.0045 дБ. Это весьма низкие цифры, которых практически очень трудно достичь в реальной измерительной аппаратуре.

Рассмотрим теперь ошибки измерений интенсивности в поле стоячих волн. Для простоты будем считать, что стоячая волна образована в результате суперпозиции прямой волны и волны, отражённой от безграничной стенки с независящим от угла комплексным коэффициентом отражения  $\mathbf{V} = \mathrm{Ve}^{\mathrm{i}\,\alpha}$ , где V- модуль,  $\alpha$  - фаза коэффициента отражения. Для гармонических процессов вида (3.1) при нормальном падении волны на отражающую плоскость звуковое давление будет выражаться формулой (без учёта множителя exp(-iwt)):  $p(z_o,z_1) = P(z_o-z_1)\exp[\mathrm{ik}(z_o-z_1)] + \mathrm{V}\cdot\mathrm{P}(z_o+z_1)\exp[\mathrm{ik}(z_o+z_1)+\mathrm{i}\alpha],$  (3.11)

где  $z_o$  - расстояние от источника до плоскости,  $z_1$  - высота приёмника. Для сферической волны в выражении (3.11) амплитуда будет равна  $P(z_o \pm z_1) = l/(z_o \pm z_1)$ .

Тогда амплитуда Р и фаза Ф результирующего колебания соответственно будут выражаться формулами:

$$P = \frac{1}{1 - \zeta^2} \sqrt{(1 + \zeta)^2 + V^2 (1 - \zeta)^2 + 2V(1 - \zeta^2) \cos(2kz_1 + \alpha)}, \qquad (3.12)$$

$$\Phi = -\arctan \frac{(1+\zeta)\sin kz_1 - V(1-\zeta)\sin(kz_1+\alpha)}{(1+\zeta)\cos kz_1 + V(1-\zeta)\cos(kz_1+\alpha)} .$$
(3.13)

Здесь  $\zeta = z_1/z_0$  и отброшены множитель  $1/z_0$  в (3.12) и слагаемое kz<sub>0</sub> в (3.13), зависящие

только от расстояния отражающей границы до источника и не входящие в выражение для градиента амплитуды и фазы давления по координате приёмника  $z_1$ . Отсюда можно перейти к плоской волне, положив  $\zeta = 0$ , и к отражению от абсолютно жёсткой поверхности, положив V = 1 и  $\alpha = 0$ . Для последнего случая

$$P = \frac{2}{1 - \zeta^2} \sqrt{\cos^2 k z_1 + \zeta^2 \sin^2 k z_1} , \qquad (3.14)$$

$$\Phi = -\arctan(\zeta \cdot tgkz_1). \tag{3.15}$$

Опустив промежуточные вычисления, приведём формулы для относительных ошибок активной δ<sub>I</sub> и реактивной δ<sub>Q</sub> интенсивности в пучностях и узлах звукового давления в стоячей волне при отражении от абсолютно жёсткой границы:

$$\begin{split} \delta_{\mathrm{I}} &= \left| \frac{\mathbf{I} - \widetilde{\mathbf{I}}}{\mathbf{I}} \right| \approx \eta + \frac{\phi}{\mathrm{kd}} \cdot \frac{z_{\mathrm{o}}}{z_{\mathrm{1}}} - \mathrm{B} \text{ пучностях (при kz_{\mathrm{1}} = n\pi, n =0,1,2,...),} \\ \delta_{\mathrm{I}} &\approx \eta + \phi \frac{\mathrm{kd}}{4} \cdot \frac{z_{\mathrm{o}}}{z_{\mathrm{1}}} - \mathrm{B} \text{ узлах (при kz_{\mathrm{1}} = (2n+1)\pi/2, n =0,1,2,...),} \\ \delta_{\mathrm{Q}} &= \left| \frac{\mathbf{Q} - \widetilde{\mathbf{Q}}}{\mathbf{Q}} \right| \approx \eta \cdot \frac{z_{\mathrm{o}}^{2}}{z_{\mathrm{1}} \mathrm{d}} \cdot \left( \frac{2}{\mathrm{kd}} \right)^{2} - \mathrm{B} \text{ пучностях,} \end{split}$$
(3.16)

$$\delta_{\rm Q} \approx \eta \cdot \frac{z_{\rm o}^2}{z_1 d} \cdot \left(\frac{\rm kd}{2}\right)^2 - в$$
 узлах. (3.17)

Для другого вида падающих волн и отличного от 1 коэффициента отражения ошибки будут зависеть от расстояния до источников и комплексного коэффициента отражения, но характер распределения ошибок в пространстве принципиально не будет отличаться от рассмотренного случая. В областях максимального давления, т.е. в зонах пучности давления или узла колебательной скорости, где малы градиенты давления и фазы, а также малы значения вектора интенсивности, ошибки определения активной и реактивной интенсивности будут очень велики (особенно последней). В узлах же давления (в зонах пучности колебательной скорости) ошибки определения интенсивности будут гораздо меньше. О погрешностях измерения активной интенсивности в поле стоячих волн см. также работу /12/, где рассмотрены ошибки, обусловленные фазовым рассогласованием каналов.

Итак, мы увидели, что в некоторых акустических полях или областях акустического поля измерения интенсивности конечно-разностным методом могут осуществляться с большими ошибками. Обычно это области, где та или иная компонента активной или реактивной интенсивности очень мала, т.е. там, где либо само давление, либо градиенты фазы и/или амплитуды близки к нулю; это поля стоячих волн, образующихся вблизи отражающих стенок и внутри замкнутых сооружений, куда, так или иначе, могут проникать акустические волны. Для обеспечения надлежащей точности измерений в подобных местах необходимо предъявлять практически недостижимые требования к стабильности АФЧХ измерительных трактов (см., например, формулу (3.10) и приведённые выше выражения для ошибок измерений). Однако реальная измерительная аппаратура не может регистрировать давления ниже определённого предела, ограниченного динамическим диапазоном приёмно-измерительной системы и собственными электрическими шумами, эквивалентными звуковому давлению. Следовательно, минимальное значение измеренной интенсивности будет определяться эквивалентным уровнем шумов и для достоверного приёма сигнала должно превышать их по меньшей мере в 2 раза. Для системы "Сигма-3". например, эквивалентный уровень шумов составляет 80 дБ, что по отношению к максимальному уровню измеряемых сигналов 140 дБ составляет величину - 60 дБ. Поэтому разумно ограничить относительное отклонение чувствительности именно этой величиной или даже на 6 дБ больше. Таким образом, уход чувствительности не должен быть больше  $5-10^{-3}$  от её номинального значения. Значит, не учитываемое амплитудное рассогласование каналов не должно превышать 0,04 дБ, т.е. примерно на порядок больше приведённой выше цифры (0.0045). Фазовое рассогласование не должно превышать величины 5·10<sup>-3</sup> ·kd.

Двухкомпонентные и трёхкомпонентные измерения интенсивности в методологическом и техническом отношении не намного сложнее, чем однокомпонентные. Однако в отношении ошибок дела обстоят не так катастрофично, как для однокомпонентных измерений. Например, из формулы (3.6) следует, что при расположении однокомпонентного зонда перпендикулярно распространению плоской волны (  $\alpha = \pm 90^{\circ}$  ) относительная ошибка стремится к бесконечности при любом, сколь угодно малом фазовом рассогласовании  $\chi$ . В то же время для трёхкомпонентного зонда можно показать, что относительная ошибка определения интенсивности в сферических координатах  $\{r, \theta, \Phi\}$ , будет приблизительно равна (при условии, что kd <<1 и  $\chi$ <<1 и амплитудные рассогласования отсутствуют):

$$\left|\frac{\mathbf{I} - \widetilde{\mathbf{I}}}{\mathbf{I}}\right| \approx 1 - \left[(\sin\theta \cdot \cos\Phi + \frac{\chi_x}{kd})^2 + (\sin\theta \cdot \sin\Phi + \frac{\chi_y}{kd})^2 + (\cos\Phi + \frac{\chi_z}{kd})^2\right]^{1/2},\tag{3.18}$$

где  $\chi_{x,} \chi_{y}$  и  $\chi_{z-}$  систематические фазовые погрешности в направлении осей координат x, y и z соответственно.

1

Учитывая, что  $\frac{\chi}{kd}$  < 0.2, как принято в интенсиметрической аппаратуре (см.,

например, работу /14/), из (3.18) получим:

$$\frac{\mathbf{I} - \widetilde{\mathbf{I}}}{\mathbf{I}} \approx \sqrt{\frac{2}{\mathrm{kd}}} \cdot \sqrt{|\chi_{\mathrm{x}} \sin\theta \cos\Phi| + |\chi_{\mathrm{y}} \sin\theta \sin\Phi| + |\chi_{\mathrm{z}} \cos\Phi|}$$
(3.19)

В плоскости ху, например,( $\theta = 90^{\circ}$ ), т.е. для двухкомпонентного зонда, при фазовых погрешностях  $\chi_x$  и  $\chi_y$  одного порядка относительная ошибка будет примерно равна

$$\left|\frac{\mathbf{I} - \widetilde{\mathbf{I}}}{\mathbf{I}}\right| \approx \sqrt{\frac{2\chi}{\mathrm{kd}}} \cdot \sqrt{|\sin\Phi| + |\cos\Phi|} .$$
(3.20)

Отсюда видно, что максимальная ошибка будет в направлении зонда под углом ± 45° или ± 135° к направлению распространения плоской волны, а именно

$$\frac{\mathbf{I} - \widetilde{\mathbf{I}}}{\mathbf{I}} \Big|_{\max} \approx \sqrt{\frac{4\chi}{\mathrm{kd}}} \,. \tag{3.21}$$

Для того чтобы обеспечить точность измерения активной интенсивности ± 1 дБ, необходимо выполнение условия

$$\frac{\chi}{\rm kd} \le \frac{1}{(10\,{\rm lge})^2} \approx 1.75$$
 (3.22)

т.е. фазовое рассогласование между каналами не должно превышать 1/75 набега фазы между каналами прибора. Для разнесения d = 0.5 м и частоты 8 Гц фазовое рассогласование должно быть не больше 0.05° - 0.06°. С увеличением частоты фазовое рассогласование может быть пропорционально увеличено.

Менее жёсткое требование к величине фазового рассогласования используется в Международных стандартах /15,16/, где фазовая ошибка выражается в терминах остаточной интенсивности I<sub>o</sub>, т.е. есть интенсивности, которая регистрируется прибором, когда на оба микрофона действует то же самое давление. Нормированная систематическая ошибка оценки интенсивности, порождённая фазовым рассогласованием, определяется разностью двух величин: разностью уровней давления и интенсивности звука, измеренных зондом, помещенным в малой камере - так называемый индекс давление-остаточная интенсивность ( $\delta_{plo}$ ); разностью этих двух величин, измеренных в звуковом поле тестируемого источника - так называемый индекс давление-интенсивность ( $\delta_{pl}$ ). Минимальная разница  $\delta_{plo} - \delta_{pl} = 7$  dB гарантирует максимальную систематическую погрешность из-за фазового рассогласования ± 1 dB; минимальная разность 10 dB гарантирует предельную ошибку ± 0.5 dB. Допустимое фазовое рассогласование  $\chi$  может быть определено, исходя из величины остаточной интенсивности, задаваемой стандартом для данной частоты и данного разнесения микрофонов

$$\frac{\chi}{\rm kd} = 10^{-0.1\delta \rm plo}$$
 (3.23)

Например, согласно стандарту МЭК 1043, для частоты 50 Гц и разнесения микрофонов 0.5 м индекс давление - остаточная интенсивность равен 25 дБ для приборов 1-го класса и 19 дБ для приборов 2-го класса, что даёт для допустимого фазового рассогласования χ значения соответственно 0.08° и 0.33°.

Угловая погрешность α в определении направления интенсивности выражается довольно громоздкими формулами. Например, для двухкомпонентного зонда она будет выглядеть, как

$$\alpha = \arctan \frac{I_y \tilde{I}_x - I_x \tilde{I}_y}{I_x \tilde{I}_x - I_y \tilde{I}_y} = \arctan \frac{\frac{\sin \Phi + \frac{\chi_y}{kd}}{\cos \Phi + \frac{\chi_x}{kd}}}{1 + tg\Phi \cdot \frac{\sin \Phi + \frac{\chi_y}{kd}}{\cos \Phi + \frac{\chi_x}{kd}}}.$$
(3.24)

Анализ этой формулы показывает, что максимальная угловая ошибка будет в направлении какой-либо оси зонда вдоль направления распространения волны, а именно

$$\alpha \approx \operatorname{arctg} \frac{\chi}{\mathrm{kd}}$$
 (3.25)

Чтобы определить направление интенсивности с точностью до  $\pm 1^\circ$  , необходимо выполнить условие

$$\frac{\chi}{\mathrm{kd}} < \mathrm{tg}\alpha = \mathrm{tg}1^{\mathrm{o}} \approx 1/57, \tag{3.26}$$

т.е. чуть менее жёсткое условие, чем (3.22).

Аналогичные соображения относятся и к трёхкомпонентному зонду. Как было определено в работе /13/, максимальная амплитудная погрешность имеет место, когда трёхкомпонентный зонд размещён так, что вектор истинной интенсивности направлен посередине между тремя осями.

Максимальная угловая погрешность наблюдается, когда вектор истинной интенсивности совпадает с направлением одной из трёх осей. Там же отмечено, что амплитудные погрешности не изменяются так сильно с изменениями положении зонда, в то время как угловые погрешности увеличиваются довольно значительно, когда одно из измеряемых направлений совпадает с направлением истинного вектора интенсивности.

Величина амплитудных погрешностей настолько мала, что обычно она не принимается во внимание. Угловые погрешности могут в некоторых случаях приводить к

недопустимо низкой точности на низких частотах. Но это зависит, конечно, от фактической цели измерения, измерительной аппаратуры и условий измерений.

Как показано в работе /13/, следует выбрать ориентацию трёхкомпонентного зонда таким образом, чтобы ни одна из трёх осей зонда не была параллельна главному направлению вектора интенсивности. Тем самым можно минимизировать угловые погрешности, которые и являются основными погрешностями.

Если звуковое поле является почти свободным полем, то есть реактивность его почти нулевая, можно определить главное направление и размещать зонд так, чтобы точность трёхкомпонентных измерений была столь же хороша, как и для измерений вручную однокомпонентным зондом.

Амплитудные погрешности, т.е. систематические ошибки разброса чувствительности каналов прибора по амплитуде, приводят, как мы уже видели, к ошибкам в определении реактивной интенсивности, а для чисто активного поля приводят к появлению ложной реактивной составляющей. Поскольку, как отмечено ранее, измеряемое реальной аппаратурой значение интенсивности как активной, так и реактивной, не может быть меньше эквивалентных собственных шумов прибора, то в качестве относительного амплитудного рассогласования может быть принято значение динамического диапазона прибора плюс 6 дБ. По аналогии с понятием остаточной интенсивности для активной составляющего поля можно ввести понятие "остаточная реактивная интенсивность" J<sub>o</sub>, т.е. реактивная интенсивность, которая регистрируется прибором, когда на оба микрофона действует то же самое давление (или, может быть, одинаковая колебательная скорость), и соответствующее значение индекса давление - остаточная реактивная интенсивность δ<sub>plo</sub>. Для приборов также следует ввести стандарт на эти величины и исходить из стандарта при определении погрешности измерения реактивной интенсивности. Тогда требование к амплитудному рассогласованию каналов будет выглядеть как

$$\frac{\eta}{\mathrm{kd}} \le 10^{-0.1\delta\mathrm{pIo}} \tag{3.27}$$

Для частоты 50 Гц, разнесения микрофонов 0.5 м и предполагаемого по стандарту индекса давление - остаточная реактивная интенсивность  $\delta_{\text{plo}}$  25 дБ и 19 дБ для приборов 1-го и 2-го класса соответственно, допустимые амплитудные рассогласование каналов не должны превышать значений 0,3 дБ и 1,1 дБ соответственно.

В большинстве случаев звуковое поле будет более или менее реактивным. Это приводит к меньшей точности, главным образом, при совпадении направления истинного вектора интенсивности и одного из измеряемых направлений. Но здесь важно помнить, что реактивные звуковые поля наиболее часто характеризуются искривленными векторами. Это означает, что совпадение между вектором интенсивности и направлением одной из

осей интенсиметра будет редко иметь место; при измерениях в нескольких различных точках может быть получена достаточная информация для получения требуемой точности.

Наконец, стоит помнить, что, когда устанавливаются требования на точность трёхкомпонентных измерений, важно также исследовать среду, где производятся измерения. Точность не может быть лучше той, что позволяет физика. Вариации плотности и изменения реактивности вдоль направления результирующего вектора интенсивности приводят в некоторых ситуациях к большим изменениям в направлении, чем те, которые вызваны ошибками измерения трёхкомпонентным зондом.

Следует ещё раз напомнить, что в цитируемых выше работах, где используется понятие индекса давление - остаточная реактивная интенсивность δ<sub>plo</sub>, речь идёт об относительных ошибках, которые не всегда оправданны, когда речь идёт о компонентах интенсивности, теоретически близких к нулю.

### Список литературы.

- Tichy J. Acoustic intensity measurements. A review.- AIAA / NASA 9<sup>th</sup> Aeroacoust. Conf., 1984, 1-10.
- 2. Gade S. Sound intensity.- Techn. Review, 1982, N3. 3-39.
- 3. Jacobsen F. Active and reactive, coherent and incoherent sound fields. J. Sound and Vibr., 1989, v. 130(3), 493-507.
- 4. Fahy F.J. Measurement of acoustic intensity using the cross-spectral density of two microphone signals.- JASA, 1977, v.62,1057-1059 (L).
- 5. Румшиский Л.З. Математическая обработка результатов эксперимента. М., Наука, 1971.
- Бендат Дж., Пирсол А. Приложения корреляционного и спектрального анализа: Пер. с англ. М., Мир, 1982.
- Rasmussen G. Measurement of vector fields.- Rep. 2<sup>nd</sup> Intern. Congress on Acoust. Intensity in Senlis, 1985, 54-58.
- 8. Исакович М.А. Общая акустика.- "Наука", М., 1973.
- 9. Chung J.Y. Cross-spectral method of measuring acoustic intensity without error caused by instrument phase mismatch.- JASA, 1978, v.64, N6,1613-1616.
- 10. Hiibner G. Analysis of errors in measuring machine noise under free field conditions. JASA, 1973, v.54, 965-975.
- 11. Pascal J.-C., Caries C. Systematic measurement errors with two microphone sound intensity meters.- J. Sound and Vibr., 1982, v.83 (1), 53-65.
- 12. Guy R.W., Li J. Intensity measurements in the presence of standing waves.- JASA, 1992,

v.92, N5, 2709-2715.

- Kjargaard N. Tree- dimensional vector intensity.- Rep. 2<sup>nd</sup> Intern. Congress on Acoust. Intensity in Senlis, 1985.
- 14. Интенсивность звука. Изд. Брюль и Къер, Нэрум, Дания, 1989.
- 15. International Standard ISO 9614-1, Acoustics-determination of the sound power levels of noise sources by sound intensity measurement. Part 1-measurement at discrete points.
- 16. International Standard IEC 1043, Instruments for the measurement of sound intensity.